Nachruf

Professor Gerhard Burde 1931-2022

1. Leben und Universitätslaufbahn

Professor Burde ist am 12.02.2022 im Alter von 90 Jahren in Frankfurt am Main gestorben. Er hat für mehr als 34 Jahre die Frankfurter Mathematik an der Goethe Universität als Leistungsträger in Forschung, Lehre und Selbstverwaltung mitgetragen und mitgestaltet – in einem Zeitraum, der den Umbau der Naturwissenschaftlichen Fakultät in Fachbereiche und die Fusion der Mathematik mit der Informatik umfasste. Er hinterlässt seine langjährige Lebenspartnerin und Kollegin, Professor Marianne Reichert, seine Ehefrau und zwei Kinder, sowie eine Schwester von insgesamt drei Geschwistern.

Gerhard Burde wurde am 31. August 1931 geboren, als 2. Sohn des Studienrates Rudolf Burde und seiner Ehefrau Agnes geb. Sperhake. Aufgewachsen ist er in den Kriegsjahren in Liebenthal (Lubomierz), Schlesien, unter Umständen, die man sich kaum vorstellen mag: Mit 8 Jahren stirbt die Mutter, der Vater ist im Krieg und die Großmutter muss die drei Geschwisterkinder übernehmen. Sie flieht 1945 mit ihnen, kehrt aber ein halbes Jahr später unter schwierigen Bedingungen zurück. Im Rahmen der Verschiebung von Polen nach Westen zieht Gerhard Burde zu seinem Vater, Oberstudienrat am Gymnasium Brake an der Unterweser. Dort gelingt es ihm, die in der Kriegszeit verpasste Schulbildung nachzuholen und schon 1952 die Abiturprüfung abzulegen.

In den Jahren 1952 – 1958 studierte Gerhard Burde an der Universität Göttingen Mathematik und Physik, und schloss ab mit dem Diplom als Mathematiker und der Wissenschaftlichen Prüfung zum Staatsexamen für das Lehramt (Mathematik und Physik). 1959-1961 blieb er als Doktorand und Verwalter einer Assistentenstelle bei Professor Kurt Reidemeister und promovierte am 18. 01. 1962 mit der Dissertation: *Zum Wort- und Transformationsproblem der Zopfgruppe.* Der Themenkreis, in den er sich bei Reidemeister in Göttingen eingearbeitet hat, die *mathematische Theorie der Zöpfe und Knoten* – ein Kerngebiet der dreidimensionalen Topologie, ist Burdes mathematische Heimat geworden. Ihr ist er in Forschung und Lehre treu geblieben, und er hat damit bei den Fachleuten hohen Respekt erworben, und bei den Studierenden nicht selten helle Begeisterung. Darauf soll weiter unten noch detailliert eingegangen werden.

Wolfgang Franz[1], der 1949 auf den einzigen nach dem Krieg verbliebenen Lehrstuhl des *Frankfurter Mathematischen Seminars* berufen wurde, hatte sich 1936 bei Reidemeister (damals in Marburg), habilitiert, und er holte 1962 den frisch promovierten Gerhard Burde als wissenschaftlichen Assistenten nach Frankfurt – ein naheliegender Schritt, denn beider Interessensgebiete, von Reidemeister geprägt, passten perfekt in die Tradition des ehemaligen Frankfurter Mathematischen Seminars[2].

1968 habilitierte Burde sich in Frankfurt mit der Habilitationsschrift *Darstellungen von Knotengruppen,* erhielt die Venia Legendi und 1969 eine Dozentur. Nach der Umstrukturierung der Universität durch das hessische Universitätsgesetz wurde er 1972 im Fachbereich Mathematik zum H2-Professor ernannt und rückte noch im gleichen Jahr auf eine H3-Stelle vor.

Professor Franz, der in den späten 60-er Jahren Rektor und Prorektor der Naturwissenschaftlichen Fakultät war, wurde für zwei Jahre Gründungsdekan des neuen Fachbereichs Mathematik – und Gerhard Burde, als sein Prodekan, war damit von Anfang an direkt

1 Franz war seit 1940 Dozent an der Universität Frankfurt, aber bis 1945 zumeist beurlaubt

2 Die die Inhaber der beiden Lehrstühle des Frankfurter Mathematischen Seminars in seiner Blühtezeit (1914 - 1939) waren Arthur Schoenflies, Carl Ludwig Siegel, William Threlfall; bzw. Ludwig Bieberbach, und Max Dehn.

an der Selbstverwaltung des Fachbereichs beteiligt. Ob die von Frau Faber[3] mehrfach geäußerte Bemerkung, früher wäre Herr Burde *der ewige Prodekan* gewesen, mehr als diese ersten zwei Jahre meinte, ist nicht bekannt; wahr ist aber, dass er immer wieder wichtige Aufgaben übernommen hat; insbesondere war er regelmäßig im Fachbereichsrat, zweimal Dekan/Prodekan und bis zu seinem Sabbatical-Jahr 1986/87 in Toronto und Talahassee Vorsitzender der Diplomprüfungskommission. – Dabei wurde er in seiner ihm eigenen ruhigen und freundlichen Art, mit Augenmaß und einem Blick für das Wesentliche, stets hoch geschätzt.

Ab 1980 bis 1996, dem Eintritt in den Ruhestand, war Gerhard Burde in der Arbeitsgruppe *Algebra und Topologie,* bestehend aus den Professoren Bauer-Bieri-Burde-Metzler und ihren wissenschaftlichen Mitarbeitern. Die Arbeitsgruppe hat die Kommunikation zwischen den verschiedenen Forschungsprojekten gepflegt und das Lehrangebot im Diplom- und den Staatsexamens-Studiengängen, und den Einsatz der wissenschaftlichen Mitatbeiterstellen koordiniert. In den Jahren 1991-2002 wurde ihre Forschung von der DFG[4] gefördert. Der Kommunikation ganz allgemein diente die regelmäßige Mittagspause. Hier hat man sich beim Kaffee über Gott und die Welt unterhalten – unter besonderer Berücksichtigung von nicht-mathematischen Fachbereich-Interna. Die Wärme und Zuverlässigkeit dieser Mittagspausen waren ganz wesentlich, um an der Frankfurter Uni Heimat-Gefühle zu entwickeln. Als dienstältestes Mitglied hatte Herr Burde hier – immer zusammen mit Frau Reichert, seiner Kollegin und Lebensgefährtin – eine gewisse Sonderrolle. In seiner zurückhaltend-zugewandt freundlichen Art, verbunden mit dem Humor des London-Punch Lesers und vielseitiger Kompetenz – von hoch kulturell bis zu Pilzplätzen im Riesengebirge und im Frankfurter Stadtwald – haben wir ihn alle hoch geschätzt; und wenn er mal nicht dabei war, hat er uns gefehlt.

2. Lehrer und Forscher

Hier beschreiben wir, wie Burde in Forschung und Lehre bei Kollegen, Peers und Studierenden Respekt und Begeisterung erworben hat.

A) Anschauliche Geometrie. Burdes Mathematik in Forschung und Lehre hatte stets einen hohen anschaulich-geometrischen Aspekt. Dass das Erleben (und Erlernen) von Geometrie mit viel Neugierde und Freude einhergeht, kann man bei Kindern beobachten, wenn sie durch Greifen nach Gegenständen, spielend und entdeckend den 3-dimensionalen Raumes unserer Anschauung kennen lernen; den Raum, den wir zu sehen glauben, und der reichhaltig genug ist, dass auch ausgewachsene Mathematiker ihre abstrakten Räume mit einer Art Vorstellung verbinden können. Lehrveranstaltungen mit einem anschaulich-geometrischen Aspekt haben daher ein natürliches Beliebtheitspotential. Dieses kommt allerdings nur zum Tragen, wenn die Studierenden erleben können, dass ein tiefes Verstehen der Herleitungen und Beweise unabdingbar ist, um die Sachverhalte strukturiert zu durchdringen und zu erinnern.

Dass dies bei Professor Burde möglich war, ist bei seinen vielen erfolgreichen Schülern unbestritten. Auf dem soliden Hintergrund der dreidimensionalen Topologie hat er den mathematischen Studierenden einen anschaulichen Einstieg in Themen aus der Geometrie/Topologie (und anderen Gebieten) angeboten. Mit seinem charismatischen Vortragsstil, verbunden mit der Fähigkeit, einhändig komplizierte dreidimensionale Sachverhalte an der Wandtafel zu illustrieren, ist es ihm immer wieder gelungen, den Großteil der geneigten Hörer bei der Stange zu halten und zu demonstrieren, wie vor ihren Augen ein transparentes, tragfähiges Gerüst von gesicherten Fakten und offenen Fragestellungen entsteht.

3 Frau Anni Faber war 1949 – 1981 die erste Sekretärin am Mathematischen Seminar und am FB Mathematik

4 Im Rahmen des Projekts *Niedrigdimensionale Topologie und geometrisch-topologische Methoden in der Gruppentheorie* (gemeinsam mit Prof. Dr. Heiner Zieschang (Bochum))

B) Burdes Hauptinteressensgebiet: Die Knotentheorie. Aus der praktischen Erfahrung und der Legende vom Gordischen Knoten ist a priori klar, dass eine mathematische Theorie der Knoten diffizil sein muss. Mathematisch hoch interessant wurde sie zu Beginn des zwanzigsten Jahrhunderts, als sich abzeichnete, dass sich mit der von Henri Poincaré 1895 eingeführten Fundamentalgruppe anschauliche Knotenprobleme in interessante algebraische Strukturen (*Gruppen*[5]) abbilden lassen, die auch in anderen Gebieten der Mathematik eine wichtige Rolle spielen. Im Verlauf des zwanzigsten Jahrhunderts hat die Knotentheorie eine Schlüsselrolle bei der Entwicklung einer Strukturtheorie für dreidimensionale Mannigfaltigkeiten gespielt, zu der auch Burde (zusammen mit Zieschang) einen wichtigen Beitrag geleistet hat: Den Anstoß zum *Seifert-Faserraum Theorem*[10], der nun in C) – E) in anschaulichen Bildern skizziert werden soll.

C) Anschauliche Definition eines Knotens. In der Einleitung von [R32] illustriert Reidemeister die mathematische Knotentheorie unschlagbar prägnant mit den folgenden Worten:

Die Knotentheorie knüpft an die anschauliche Aufgabe an, zu entscheiden, ob sich zwei geschlossene Fäden aus dehnbarer, aber undurchdringlicher Substanz durch stetige Abänderung in Fäden von kongruenter Gestalt überführen lassen. Schlägt man z. B. in einen offenen Faden einen Knoten im Sinne der Umgangssprache und vereinigt alsdann die beiden Enden des Fadens, so entsteht ein Gebilde, das nicht mehr stetig in Kreisgestalt deformiert werden kann.

Wir verwenden diese Illustration zum Beschreiben eines (abstrakten) Knotens: Wir unterstellen, dass die Existenz von Reidemeisters *geschlossenen Fäden im Anschauungsraum,* die wir *Faden-Schlingen* nennen, gegeben ist, und dass wir ihre Eigenschaften aus der Erfahrung mit realen dünnen Fäden ableiten können. Dann sagen wir: Jede Faden-Schlinge k repräsentiert einen Knoten **k**; und zwei Faden-Schlingen repräsentieren den selben Knoten, wenn sie sich durch stetige Abänderungen in ein Paar von „kongruenten“ Faden-Schlingen überführen lassen. Eine kreisförmige Faden-Schlinge repräsentiert den sog. *trivialen Knoten.* Man sieht leicht: jeder Knoten **k** lässt sich auch durch ein sog. Knotendiagramm[6] repräsentieren.

D) Einer der wichtigsten Forschungsbeiträge. In der Knotentheorie wird jedem abstrakten Knoten **k** die sog. Knoten-Gruppe G(**k**) zugeordnet. Definiert wird sie entweder, wie in B) erwähnt, über Poincarés Fundamentalgruppe[7]), oder nach Reidemeister [R26] über eine Präsentierung, die man einem Knotendiagramm[6]) von **k** entnimmt.

Die Knotengruppe ist die mächtigste Knoten-Invariante, und auf ihr liegt der Fokus von Burde in der Knotentheorie. Eines seiner wichtigsten und ein oft zitiertes Forschungsergebnis ist das Hauptresultat der gemeinsamer Arbeit [BZ66] mit Heiner Zieschang (Bochum), mit dem Titel: *Eine Kennzeichnung der Torusknoten.*

Unter einem *Torusknoten* versteht man einen Knoten **k**, der durch eine Faden-Schlinge k repräsentiert wird, die man sich als überschneidungsfrei auf einem (virtuellen) Volltorus V aufgewickelt vorstellen kann. Durch stetige Abänderungen kann man die Wicklungen straffen und

---

5 Eine Gruppe G ist eine Menge mit einer algebraischen Struktur, die dem Zahlenrechnen nachempfunden ist (assoziative Multiplikation mit einer Eins und inversen Elementen). Wenn G nur aus dem Eins-Element 1 besteht, dann ist G die *triviale* Gruppe. Im Allgemeinen ist G nicht kommutativ, d.h., es gibt es in G Elemente mit $xy \neq yx$. *Das Zentrum* Z(G) *von* G, ist die Untergruppe bestehend aus den Elementen z von G, die mit jedem Elementen y von G kommutieren. Z(G) enthält das Element 1; aber i. A. ist Z(G) weder trivial noch gleich ganz G.

6 Weil unsere Faden-Schlingen dehnbar sind, man kann sie lockern und übersichtlich flach auf dem Fußboden auslegen – und zwar so, dass der Faden sich nur an endlich-vielen Stellen überkreuzt, und lokal an jeder solchen Überkreuzung nur zwei Faden-Segmente beteiligt sind. Von oben betrachtet und abstrahiert sieht man dann das *Knoten-Diagramm*: Eine geschlossene ebene Kurve mit nur endlich vielen Überkreuzungen, und lokal bei jeder davon die Information, welches der beiden beteiligten Kurvensegmente oben liegt.

7 Hier realisieren wir eine **k** repräsentierende Faden-Schlinge k als Punktmenge im 3-dimensionalen reellen Raum R^3. Dann ist das *Knotenkomplement*, X(**k**) = R^3 – k, ein topologischer Raum und G(k) dessen Fundamentalgrupe π(X(**k**)).

ordnen, bis man erreicht, dass der Faden wie eine Spiralfeder mit absolut gleichmäßigen und äquidistanten Windungen auf der Oberfläche von V – der Torusfläche T – liegt. Der Faden wird nach jeder Umrundung der Symmetrieachse A von V entweder an den Anfangspunkt zurück kommen, oder sich für eine weitere Umrundung zwischen die Wicklungen der vorhergehenden Umrundungen einordnen.

In dieser übersichtlichen Situation ist die Gruppe G(**k**) gut unter Kontrolle. Man kann zeigen: Wenn **k** ein Torusknoten ist, dann ist das Zentrum der Knotengruppe G(**k**) nicht-trivial. Das Burde-Zieschang Resultat beweist die Umkehrung davon:

Wenn das Zentrum einer Knotengruppe G(**k**) *nicht-trivial ist, dann ist* **k** *ein Torusknoten.*

E) Das Burde-Zieschang Resultat als Anstoß zum Seifert-Faserraum Theorem[8]. Die Äquidistanz der Windungen von k haben den Effekt, dass die Torus-Fläche T die Vereinigung von disjunkten „Fasern“ ist, die alle aus k durch eine räumliche Drehsymmetrie von T mit Achse A hervorgehen. T hat also eine *reguläre Faserung* durch Fasern, die alle den Knoten **k** repräsentieren. Durch Retraktion des Volltorus V auf seinen *Mittelkreis* m kann man die Faserung von T auf das Komplement (V – m) fortsetzen, und zusammen mit m, als einer *Ausnahmefaser,* ist das eine sog. *Seifert-Faserung* von V. Interessant ist nun, dass sich ganz analog[9] die Faserung von T zu einer Seifert-Faserung des Außenraum R^3 –V fortsetzen lässt, mit der Symmetreachse A als die einzige Ausnahmefaser. Zusammen hat man also in R^3 eine Seifert-Faserung konstruiert mit genau 2 Ausnahmefasern, alle reguläre Fasern repräsentidert den Knoten **k**, und k ist eine davon. Also ist das Knotenkomplement, X(**k**) = R^3 – k, ein Seifert-Faserraum mit 2 Ausnahmefasern.

Seifert-Faserräume kennt man seit [S33]; nach dem Resultat von Burde-Zieschang wusste man also: *Hat die die Fundamentalgruppe des Knotenkomplements* X(**k**) *ein nicht-triviales Zentrum, dann ist* X(**k**) *ein Seifert-Faserraum.* Die Bedeutung der Arbeit von Burde und Zieschang [BZ66] liegt darin, dass sich in der Folge viele namhafte Topologen dafür interessierten, inwieweit man in dieser Aussage X(**k**) durch allgemeinere 3-dimensionale Mannigfaltigkeiten M ersetzen kann. Aber erst in den 90-er Jahren gipfelte eine Reihe von Teilresultaten zum *Seifert-Faserraum Theorem*[10]. Es zeigt, dass die Seifert-Faserräume einen gewichtigen Baustein einer Strukturtheorie für 3-dimensionale Mannigfaltigkeiten bilden.

F) Burde-Zieschang, die Hüter der Topologie-Tradition des alten Frankfurter Seminars. Dass der frisch promovierte Dr. Gerhard Burde als Schüler von Reidemeister und mit seinem Interesse an Knoten und Zöpfen 1962 perfekt in die Tradition des alten *Frankfurter Mathematischen Seminars* passte, wurde oben erwähnt. Dass er diese Rolle auch später ausgefüllt hat, ist durch die seine Publikationen belegt – insbesondere aus der Zusammenarbeit mit Heiner Zieschang – belegt: In den 60-er Jahren drei gemeinsame Arbeiten beginnend mit dem erwähnten Anstoß zum Seifert-Faserraum Theorem, und in den 80-er Jahren die 399-seitige Monographie:

Knots (G.Burde, H. Zieschang), DeGruyter Studies in Mathematics 5, Berlin 1985,

ein *Standardwerk für die klassische Knotentheorie mit Schwerpunkt auf der Knotengruppe*. Sie wurde 2003 neu aufgelegt und ist 2013 in dritter Auflage, voll revidiert und erweitert unter den Autoren G. Burde, H. Zieschang, Michael Heusener (426 Seiten), erschienen. Eine ausführliche Rezension der 2. Auflage von Daniel S. Silver [S03] endet mit Worten: *The topics covered here form a beautiful whole.* ***Knots*** *will be appreciated by anyone interested in the subject, especially from a group-theoretic point of view.*

---

8 Der 2014 erschienene Übersichtsartikel von J.-P. Préaux [P14] skizziert die aktuelle Bedeutung des Theorems.

9 Durch Retraktion des abgeschlossenen Komplements cl(R^3 – V) auf die Rotationsachse A von V.

10 **Satz** (Seifert-Faserraum Theorem, 1994): Für irreduzible orientierbare 3-Mannigfaltigkeiten M mit unendlicher Fundamentalgruppe π(M) *gilt*: M *ist genau dann ein Seifert-Faserraum, wenn* π(M) *einen unendlich-zyklischen Normalteiler enthält.*

[R27] Reidemeister, K., *Elementare Begründung der Knotentheorie.* Abh. Math. Semin. Univ. Hambg. **5,** 24–32 (1927).

[R32] —— *Knotentheorie.* Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete, Sptinger 1932

[S33] Seifert, H. *Topologie Dreidimensionaler Gefaserter Räume*. Acta Math. **60,** 147–238 (1933)

[BZ66] Burde, G., Zieschang, H. *Eine Kennzeichnung der Torusknoten.* Math. Ann. **167,** 169–176 (1966).

[S03] Daniel S. Silver. Journal: Bull. Amer. Math. Soc. **41** (2004), 135-14, October 30, 2003.

[P14] Jean-Philippe Préaux: *A Survey on Seifert Fiber Space Theorem.* In: *International Scholarly Research Notices.* 2014, doi:10.1155/2014/694106

Robert Bieri 1. Sept. 2022