

Vorkurs Mathematik

Übungen zu Wahrscheinlichkeitsrechnung

1 Wahrscheinlichkeitsrechnung

Aufgabe 1.1 Beim Werfen eines Würfels betrachten wir das Ereignis A „Eine ungerade Zahl wird geworfen“ und $B =$ „Eine Zahl größer als 3 wird geworfen“.

- (a) Schreiben Sie die Ereignisse A und B als Teilmengen aller möglichen Wurf-Ergebnisse $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.
- (b) Bestimmen Sie $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$ sowie die Komplement-Mengen A^c und B^c . Sind A und B disjunkt?
- (c) Berechnen Sie zu den Mengen aus (b) die jeweiligen Wahrscheinlichkeiten.
- (d) Sind die Ereignisse A und B unabhängig?

Aufgabe 1.2 Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass beim Werfen von drei Würfeln

- (a) mindestens eine 4 auftritt?
- (b) höchstens eine 6 auftritt?
- (c) genau zweimal die 3 fällt?
- (d) mindestens eine 4 und eine 5 auftritt?

Aufgabe 1.3 Wir ziehen nacheinander zwei Socken aus einer Schublade mit 5 **schwarzen**, 6 **blauen** und 4 **roten** Socken. Wir definieren Ereignis A als „Beide Socken haben unterschiedliche Farben“ und Ereignis B als „Die erste gezogene Socke ist **rot**“.

- (a) Berechnen Sie $p(B)$.
- (b) Berechnen Sie $p(A)$.
- (c) Sind A und B unabhängig?

Aufgabe 1.4 Bei einer Lotterie sind unter 1000 Losen 75 Gewinne zu 2 Euro, 60 Gewinne zu 5 Euro sowie der Hauptgewinn von 100 Euro. Die restlichen Lose sind Nieten. Der Preis für ein Los beträgt 1 Euro.

- (a) Definieren Sie die Zufallsvariable X , die Gewinn-Auszahlung an einen Losinhaber beschreibt.

- (b) Berechnen Sie den Erwartungswert der Gewinn-Auszahlung an einen Losinhaber. Eine Lotterie heißt "fair" wenn der Erwartungswert der Gewinn-Auszahlung den Lospreis nicht überschreitet. Ist das Spiel fair?
- (c) Definieren Sie die Zufallsvariable Y , die den Gewinn der Lottogesellschaft je Los beschreibt.
- (d) Berechnen Sie den mittleren Gewinn der Lottogesellschaft je Los.

Aufgabe 1.5 (Zusatzaufgabe) Ein Student im Stochastikkurs behauptet, die Wahrscheinlichkeit, dass irgendein anderer der insgesamt 25 Studenten im Kurs am gleichen Tag im Jahr Geburtstag feiert wie er, sei sehr klein, nämlich nur ca. 0.06. Der Professor schaut ihn zustimmend an und behauptet dann frech, dass die Wahrscheinlichkeit, dass trotzdem mindestens zwei Studenten ihren Geburtstag teilen, viel höher sei, nämlich über 0.5. Das macht den Studenten sehr stutzig, kann das stimmen? Überprüfen Sie die Aussage des Studenten und die des Professors.

Hinweis: Vorsicht beim Benutzen des Taschenrechners. Eine falsche Zahl und das Ergebnis ist komplett falsch.

Aufgabe 1.6 (Zusatzaufgabe) Bei einer Prüfung wird einer Kandidatin ein „Multiple Choice“-Fragenbogen vorgelegt. Dabei steht unter jeder der 9 Fragen in zufälliger Reihenfolge die richtige und zwei falsche Antworten. Zum Bestehen der Prüfung müssen mindestens 6 Antworten richtig angekreuzt werden. Die Kandidatin kreuzt bei jeder Frage eine der drei Antworten zufällig an.

- (a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit besteht sie die Prüfung?
- (b) Die Kandidatin kann bei jeder Frage eine falsche Antwort ausschließen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit besteht sie nun die Prüfung?

Hinweis: Untersuchen Sie separat alle 4 Punktzahlen, mit der die Studentin bestehen kann.