Übung 1

Abgabe bis Freitag, 27.10.2017, 9.45 Uhr

Aufgabe 1: [Zahldarstellung]

(a) Schreiben sie die Binärzahl 100110 als Dezimalzahl.

(b) Schreiben sie die Dezimalzahl 100110 als Hexadezimalzahl.

(c) Schreiben sie die Hexadezimalzahl 100110 als Binärzahl.

(d) Seien z_1 und z_2 zwei natürliche Zahlen mit identischer Ziffernfolge $d_{N-1}d_{N-2}\dots d_0$ bezüglich unterschiedlicher Basen b_1 und b_2. Welche der folgenden Aussagen sind wahr?

- falls $b_1 > b_2$, so ist $z_1 > z_2$
- falls $z_1 > z_2$, so ist $b_1 > b_2$
- falls b_1 b_2 teilt, so teilt z_1 z_2
- falls z_1 z_2 teilt, so teilt b_1 b_2
- $z_1 + z_2$ besitzt in der Basis $b_1 + b_2$ die selbe Ziffernfolge wie z_1 bzw. z_2
- $z_1 \cdot z_2$ besitzt in der Basis $b_1 + b_2$ die selbe Ziffernfolge wie z_1 bzw. z_2

Punkte: $\boxed{9}$

Aufgabe 2: [Zweierkomplement]

(a) Schreiben sie die Zahl -52 in 8- und in 16–Bit Zweierkomplement–Darstellung.

(b) Sei z eine negative Zahl in N–Bit Zweierkomplement–Darstellung. Welche positive Zahl entsteht durch Invertieren aller Bits in der Zahldarstellung von z?

(c) Welche negativen Zahlen sind in der N–Bit Zweierkomplement–Darstellung bis auf das Vorzeichen–Bit identisch mit ihren positiven Gegenstücken?

Punkte: $\boxed{4}$

Aufgabe 3: [Festkommazahlen]

Ein – zugegeben etwas primitiver – Rechner stellt reelle Zahlen im Festkommaformat mit einem Byte dar. Dabei werden ein Vorzeichen–Bit, vier Bits vor dem Komma und drei Bits hinter dem Komma verwendet. Somit haben Zahlen im Rechner die Form

$$z = (-1)^s \sum_{i=1}^{7} d_i \cdot 2^{i-4}$$

(a) Welche Darstellung haben die Zahlen 1.375 und -5.25?

(b) Wie viele verschiedene Zahlen können in obigem Format dargestellt werden?

(c) Geben sie die maximal und minimal darstellbaren Zahlen z_{max} und z_{min} an

(d) Skizzieren sie alle darstellbaren Zahlen auf einer Zahlengeraden.

(e) Nicht darstellbare Zahlen im Bereich $[z_{min}, z_{max}]$ werden auf die nächste darstellbare Zahl gerundet. Geben sie den absoluten und den relativen Rundungsfehler bei der Darstellung der Zahl 1/3 an.

(f) Bestimmen sie den maximalen relativen Rundungsfehler für reelle Zahlen im Bereich $[z_{min}, z_{max}]$.

Punkte: $\boxed{10}$

Aufgabe 4: [Gleitkommazahlen]

Unser Ein–Byte–Rechner soll nun mit Gleitkomma–Arithmetik ausgestattet werden. Bei der (normalisierten) Zahldarstellung werden ein Bit für das Vorzeichen, vier Bits für die Mantisse und drei Bits für den Exponenten bei einem Bias von drei verwendet. Somit haben Zahlen im Rechner die Form

$$z = (-1)^s d \cdot 2^e,$$

$$d = 1 + \sum_{i=0}^{3} d_i 2^{i-4},$$

$$e = \left(\sum_{j=0}^{2} e_j 2^j \right) - 3.$$

(a) Welche Darstellung haben die Zahlen 6.5 und -0.375?

(b) Wie viele verschiedene Zahlen können in diesem Gleitkomma–Format dargestellt werden?

(c) Geben sie die maximal und minimal darstellbaren Zahlen z_{max} und z_{min} sowie die betragsmäßig kleinste darstellbare Zahl ungleich Null $z_{|min|}$ an.

(d) Skizzieren sie alle darstellbaren Zahlen auf einer Zahlengeraden.

(e) Auch hier werden nicht darstellbare Zahlen auf die nächste darstellbare Zahl gerundet. Bestimmen sie den maximalen relativen Rundungsfehler für reelle Zahlen im Bereich $[z_{|min|}, z_{max}]$.

Punkte: $\boxed{9}$

Gesamtpunktzahl: 32 Punkte