



Übung 3

Abgabe bis Freitag, 10.11.2017, 9.45 Uhr

Aufgabe 1: [Aussagen]

Welche der folgenden Aussagen sind für alle Mengen A, B, C, D wahr?

- (a) $(A \cup B = A \cup C) \Rightarrow B = C$
- (b) $(A \cap B = A \cap C) \Rightarrow B = C$
- (c) $(A \cap B) \cup (C \cap D) = (A \cup C) \cap (A \cup D) \cap (B \cup C) \cap (B \cup D)$

Punkte:

Aufgabe 2: [Mengen in Sage]

(a) Nutzen sie Sage, um mit den Mengen $M_1 := \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $M_2 := \{6, 7, 8, 9, 10\}$ und $M_3 := \{3, 4, 7, 8\}$ die folgenden Mengen zu erzeugen:

- (i) $\{\}$,
- (ii) $\{3, 4\}$,
- (iii) $\{1, 2, 5, 6, 9, 10\}$,
- (iv) $\{1, 2, 5\}$,

(b) Erzeugen sie folgende Mengen in Sage:

- (i) $\{x \in \mathbb{R} \mid x = \sum_{i=0}^n 2^i \text{ für } n \in \{0, 1, \dots, 10\}\}$
- (ii) Alle positiven natürlichen 4-stelligen Zahlen, deren 3. Stelle gleich 5 ist.

Punkte:

Aufgabe 3: [Symmetrische Differenz und kartesisches Produkt in Sage]

Sei $A = \{1, 2, 3, 5\}$, $B = \{1, 4, 6\}$ und $C = \{2, 5, 6, 7\}$

- (a) Berechnen sie in einer Codezeile $(A \Delta B) \Delta C$.
- (b) Testen sie in einer Codezeile, ob die Aussage aus Blatt 2 Aufgabe 3 wahr ist.
- (c) Finden sie die Sage-Funktion, die das kartische Produkt berechnet und bestimmen sie in Sage $A \times B \times C$ sowie die Anzahl der Elemente der Ergebnismenge.

Punkte:

Aufgabe 4: [Logik in Sage]

Zeige mit Hilfe von Sage, dass für drei Aussagen $P, Q, R \in \{(w), (f)\}$ gilt

- (a) $P \vee Q \iff \neg((\neg(P \wedge P)) \wedge (\neg(Q \wedge Q)))$,
- (b) $P \wedge Q \implies P$,
- (c) $(P \wedge Q \wedge R) \vee (\neg P) \vee (\neg Q) \vee (\neg R)$ ist eine Tautologie.

Zur Verwendung von Logik-Operationen in Sage ist es nötig das Paket "Propositional Calculus" zu laden. Dies geschieht mit dem Befehl:

```
sage: import sage.logic.propcalc as propcalc
```

Informationen zur Verwendung der Logik-Operationen finden sie in der Hilfe-Datei:

```
sage: propcalc?
```

Punkte:

Hinweis: Die mit Sage bearbeiteten Aufgaben geben sie bitte als Ausdruck ab.

Gesamtpunktzahl: 32 Punkte