Übung 5

Abgabe bis Freitag, 24.11.2017, 9.45 Uhr

Aufgabe 1: [Permutationen]
Betrachten sie die folgenden beiden Permutationen

$$i) \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 1 & 5 & 4 \end{pmatrix}, \qquad ii) \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 4 & 7 & 2 & 5 & 1 & 6 \end{pmatrix}$$

und bestimmen sie

(a) die Anzahl der Fehlstände,

(b) die enthaltenen Zyklen,

(c) die Ordnung,

(d) die inverse Permutation.

Punkte: 2/2/2/2

Aufgabe 2: [Permutationen]
Beweisen sie folgende Eigenschaften der Ordnung (kurz: ord) eines Zyklus:

(a) Ein k-Zyklus $\pi \in S_n$ (d.h. eine Permutation mit genau einem Zyklus der Länge k) besitzt die Ordnung k.

(b) Sind $\pi, \sigma \in S_n$ zwei zyklische Permutationen mit disjunkten Trägern (Träger: die Menge der Zahlen, die zyklisch vertauscht werden), dann gilt

$$\text{ord}(\pi \circ \sigma) = \text{kgV}(\text{ord}(\pi), \text{ord}(\sigma)),$$

wobei kgV für kleinstes gemeinsames Vielfaches steht.

Punkte: 2/3

Aufgabe 3: [Permutationen in Sage]
Definieren sie folgende Funktionen, die alle eine Permutation P (vom Typ Liste) als Input besitzen. Die Funktionen dürfen sich gegenseitig aufrufen. Funktionen aus dem Permutationspaket von Sage sollen nicht verwendet werden.

(a) *my_length*(P), welche die Anzahl der Fehlstände von P zurückgibt.

(b) *my_signature*(P), welche das Vorzeichen von P zurückgibt (also 1 oder -1).

(c) *my_inverse*(P), welche die inverse Permutation von P zurückgibt.

(d) *my_cycle*(P), welche zwei werte zurückgibt, nämlich die Anzahl der Zyklen sowie die Zyklen selbst in Form einer Liste von Listen (das bedeutet jedes Listenelement ist wieder eine Liste).

(e) *my_order*(P), welche die Ordnung von P zurückgibt.
Hinweis: mit dem Befehl *lcm*($[x_1, \ldots, x_n]$) bestimmen sie das kgV von $x_1, \ldots, x_n$.

(f) *my_max_order*(n), welche die maximale Ordnung einer Permutation der Länge n ausgibt.
Hinweis: der Befehl *Partitions*(n) für $n \in \mathbb{N}$ ist sehr hilfreich.

(g) Testen sie ihre Funktionen aus (a)-(e) für $P = [2, 5, 4, 8, 7, 6, 1, 3]$ und aus (f) für $n = 15$. Definieren sie sich außerdem eine Permutation Q durch den Befehl $Q =$*Permutation*(P) und überprüfen sie damit für (a)-(e) ihre Ergebnisse durch die direkten Befehle aus dem Permutationspaket, welches sie unter diesem Link finden: *http://www.sagemath.org/doc/reference/combinat/sage/combinat/permutation.html*

Punkte: 3/2/2/4/3/3/4

Gesamtpunktzahl: 34 Punkte