

Übungsblatt 3

Aufgabe 1 (Quantoren – Teil 1)

Schreibe die folgenden Kombinationen aus logischen Symbolen als Satz aus, wie du ihn lesen würdest:

- (a) $\forall x \in \mathbb{R} : \exists n \in \mathbb{Z} : \exists m \in \mathbb{Z} : m \leq x < n;$
- (b) $\forall \varepsilon > 0 \exists \delta = \delta(\varepsilon) > 0 : \forall x, y \in [0, 1] : (|x - y| < \delta \Rightarrow |x^2 - y^2| < \varepsilon);$

Aufgabe 2 (Quantoren – Teil 2)

Schreibe die folgenden Aussagen mit Hilfe von formaler Schreibweise und Quantoren:

- (a) Für alle natürlichen Zahlen n und rationale Zahlen x gibt es eine rationale Zahl y , die das n -fache Produkt von x ist.
- (b) Jede ganze Zahl ist entweder gerade oder ungerade.

Aufgabe 3 (Beweise oder Widerlege)

Beweise oder widerlege die folgenden Aussagen:

- (a) Es gibt quadratische Gleichungen, die keine reellen Lösungen haben.
- (b) Für alle natürlichen Zahlen n mit $n \geq 2$ ist $2^n - 1$ eine Primzahl.

Aufgabe 4 (Bonusaufgabe: Vollständige Induktion)

Lies Abschnitte 3.1-2 im Skript zum Thema vollständige Induktion. Versuche, die Beispiele nachzuvollziehen und im Anschluss die Aufgaben aus den Abschnitten zu bearbeiten.